

حلول التمارين

الدالة الخطية و الدالة التآلفية

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتكوين المهني



الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

www.nacermaths.com

الأستاذ : ناصر ب.

تمرين ①

(1) -- حساب : $f(3)$ و $f(-1)$:

لدينا : $f(3) = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ و $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1) = -\frac{2}{3}$

(ب) -- لنحدد العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f .

لدينا $f(x) = \frac{1}{5}$ يعني أن : $\frac{2}{3}x = \frac{1}{5}$ و منه فإن : $10x = 3$ و بالتالي فإن : $x = \frac{10}{3}$

إذن : العدد الذي صورته $\frac{1}{5}$ بالدالة f هو $\frac{10}{3}$.

(ج) -- لتثبت أن (Δ) يمر من $A(6; 4)$:

لدينا : $f(x_A) = \frac{2}{3} \times x_A = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} = 4$

و بما أن $y_A = 4$ فإن : $f(x_A) = y_A$ و بالتالي فإن : $A(6; 4) \in (\Delta)$ أي أن (Δ) يمر من النقطة $A(6; 4)$.

(2) -- لنحدد صورة 5 و $-\frac{1}{2}$ بالدالة g .

لدينا : $g(5) = 5 + 2 = 7$ ، إذن : $g(5) = 7$

و لدينا : $g\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$ ، إذن : $g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$

(ب) -- لنحدد العدد الذي صورته -7 بالدالة g .

لدينا : $g(x) = -7$ يعني أن : $x + 2 = -7$ ، و منه فإن : $x = -7 - 2$ أي : $x = -9$

إذن العدد الذي صورته -7 بالدالة g هو -9 .

(ج) -- لتتحقق من أن $B(-5; -3)$ تنتمي إلى (D) التمثيل إبياني للدالة g .

لدينا : $f(-5) = -5 + 2 = -3$ ، و منه فإن : $f(-5) = -3$

و بما أن $B(-5; -3)$ فإن : $B(-5; -3) \in (D)$.

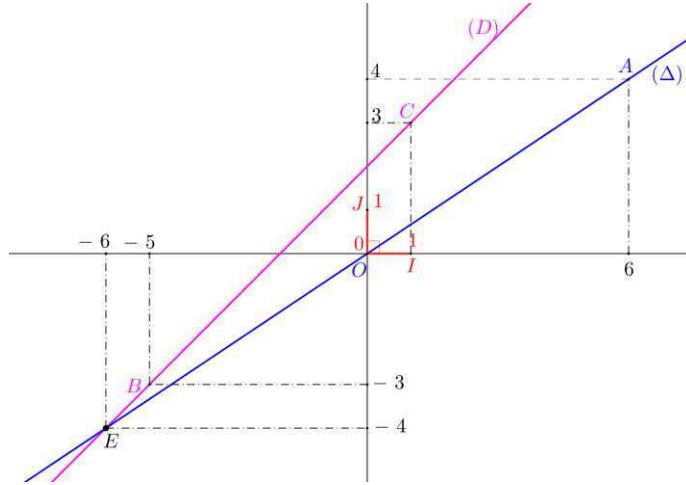
(3) -- لنشئ (D) و (Δ) في نفس المعلم $(O; I; J)$.

نعتبر الجدولين الآتيين :

x	6
$g(x)$	4
$M(x; f(x))$	$A(6; 4)$

x	-5	1
$g(x)$		
$M(x; f(x))$	$E(-5; -3)$	$F(1; 3)$

إذن : $(D) = (BC)$ و $J(\Delta) = (OA)$



ب) -- لنحدد مبيانا إحداثيتي E تقاطع (D) و (Δ) .
لدينا من خلال الشكل : $E(-6; -4)$.

ج) -- لنحدد جبريا إحداثيتي E
لدينا : E تقاطع (D) و (Δ) يعني أن : $f(x_E) = g(x_E)$

$$\frac{2}{3}x_E = \frac{3x_E + 6}{3} \quad \text{و منه فإن} \quad \frac{2}{3}x_E = x_E + 2 \quad \text{تكافئ على التوالي} :$$

$$2x_E = 3x_E + 6$$

$$2x_E - 3x_E = 6$$

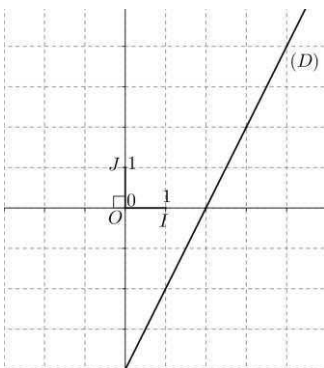
$$-x_E = 6$$

$$x_E = -6$$

و بالتالي فإن : $E(-6; -4)$.

و منه فإن : $g(-6) = -6 + 2 = -4$.

تمرين ②



(1) - لثبت أن : $f(x) = 2x - 4$.

لدينا من خلال الشكل : $f(3) = 2$ و $f(1) = -2$

و بما أن f دالة تألفيت فإن $f(x)$ على شكل : $f(x) = ax + b$ / * لنحدد a :

$$a = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{2 - (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{لدينا} :$$

إذن : $f(x) = 2x + b$

لنحدد b / *

لدينا : $f(3) = 2 \times 3 + b$ و منه فإن : $2 \times 3 + b = 2$ ، أي : $6 + b = 2$

إذن : $b = 2 - 6$ أي : $b = -4$

و بالتالي فإن : $f(x) = 2x - 4$

(2) - لنحل جبريا المتراجحة : $f(x) \geq 2$

لدينا : $f(x) \geq 2$ تكافئ على التوالي :

$$2x - 4 \geq 2$$

$$2x \geq 2 + 4$$

$$2x \geq 6$$

$$x \geq \frac{6}{2}$$

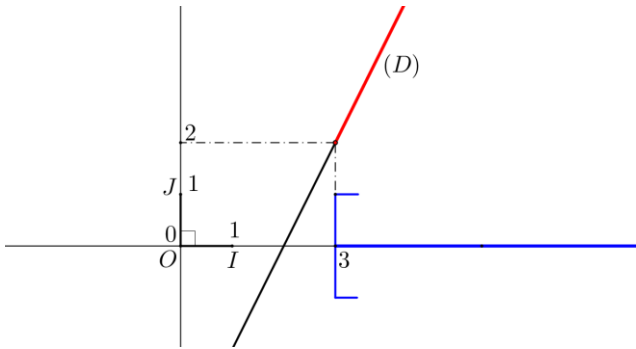
$$x \geq 3$$

إذن : جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 3 حلول لهذه المتراجحة.

(3) - لنحل مبيانيا المتراجحة : $f(x) \geq 2$. (أنظر الشكل) .

أفصّل النقط التي تنتمي إلى الجزء المظلم بالأمر من المستقيم (D) هي حلول هذه المتراجحة.

و هي المظونة باللون الأزرق



تمرين ③

(1) - حساب : $f\left(\frac{-2}{3}\right)$ و $f(0)$

$$\left. \begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right) = 4 \\ f(0) = 2 \end{array} \right\} \text{ إذن : } \left. \begin{array}{l} f\left(\frac{-2}{3}\right) = -3 \times \frac{-2}{3} + 2 = 2 + 2 = 4 \\ f(0) = -3 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2 \end{array} \right\} \text{ لدينا :}$$

(ب) -- لنحدد العدد a :

لدينا : $f(3a) + 4a = f(a-2)$ يعني أن : $-3 \times 3a + 2 + 4a = -3(a-2)$

أي : $-9a + 4a + 3a = 6$ و منه فإن : $-9a + 4a = -3a + 6$

$$-2a = 6$$

$$a = \frac{6}{-2}$$

$$a = -3$$

(2) - لنبين أن g دالة خطية :

لدينا : $g(x) = f(2x-1) - 5$ يعني أن : $g(x) = -3(2x-1) + 2 - 5$

$$g(x) = -6x + 3 + 2 - 5$$

$$\boxed{g(x) = -6x}$$

و بالتالي فإن : g دالة خطية معاملها هو -6 .

تمرين ④ :

(1) - لنبين أن : $f(x) = -2x$.

لدينا : f دالة خطية. إذن $f(x)$ على شكل : $f(x) = ax$ / لنحدد a :

لدينا : $a = \frac{f(x)}{x}$ و $x \neq 0$.

و بما أن : النقطة $A(1; -2)$ تنتمي إلى التمثيل إبياني للدالة f فإن : $f(1) = -2$.

و منه فإن : $a = \frac{f(1)}{1} = \frac{-2}{1} = -2$ و بالتالي فإن : $\boxed{f(x) = -2x}$.

(ب) -- لثبت أن : $f(3) + f(x) = f(3+x)$.

لدينا : $\left. \begin{array}{l} f(3) = -2 \times 3 \\ f(x) = -2 \times x \end{array} \right\}$ إذن : $f(3) + f(x) = -2 \times 3 + (-2) \times x$ ، (نعمل ب -2)

و منه فإن : $f(3) + f(x) = -2(3+x)$

و بما أن : $f(3+x) = -2(3+x)$ فإن : $\boxed{f(3) + f(x) = f(3+x)}$.

(ج) -- لثبت أن : $f(\sqrt{2}x) = \sqrt{2}f(x)$.

لدينا : $f(\sqrt{2}x) = -2\sqrt{2}x$

$$= \sqrt{2} \times (-2x)$$

و بما أن : $f(x) = -2x$ فإن : $\boxed{f(\sqrt{2}x) = \sqrt{2}f(x)}$.

(2) - لنحسب : $g(4) - g(2)$.

لدينا g دالة تألفية معاملها 2 .

إذن : $\frac{g(x) - g(x')}{x - x'} = 2$ و $x \neq x'$.

و منه فإن : $\frac{g(4) - g(2)}{4 - 2} = 2$ يعني أن : $\frac{g(4) - g(2)}{2} = 2$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{g(4) - g(2) = 4}$.

(ب) -- لتعبر عن $g(x)$ بدلالة x :
 لدينا g دالة تألفت معاملها 2 .
 إذن : $g(x)$ على شكل : $g(x) = 2x + b$.

*/ لنحدد b :

$$\left\{ \begin{array}{l} g(-1) = 2 \times 1 + b \\ g(-1) = 2 \end{array} \right. \text{ لدينا :}$$

$$\text{إذن : } 2 \times 1 + b = 2 \text{ ، أي } -2 + b = 2 \text{ و منه فإن : } b = 2 + 2 = 4 .$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{g(x) = 2x + 4} .$$

(ج) -- لنحدد إحداثي E :

$$\left. \begin{array}{l} E(x_E ; g(x_E)) \\ g(x_E) = 0 \end{array} \right\} \text{ و منه فإن : } \left. \begin{array}{l} E \in (D) \\ E \in (OI) \end{array} \right\} \text{ و يعني أن :}$$

$$\left. \begin{array}{l} E(x_E ; 0) \\ g(x_E) = 0 \end{array} \right\} \text{ إذن :}$$

$$2x_E + 5 = 0 \text{ : يعني أن } g(x_E) = 0$$

$$2x_E = -5$$

$$x_E = \frac{-5}{2}$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{E\left(\frac{-5}{2}; 0\right)} .$$

(د) -- لنحدد k :

لدينا : $F(-k ; 5+k) \in (D)$ بحيث : (D) التمثيل إبياني للدالة g .

$$\text{إذن : } g(-k) = 5+k \text{ ، أي } 2 \times (-k) + 4 = 5+k$$

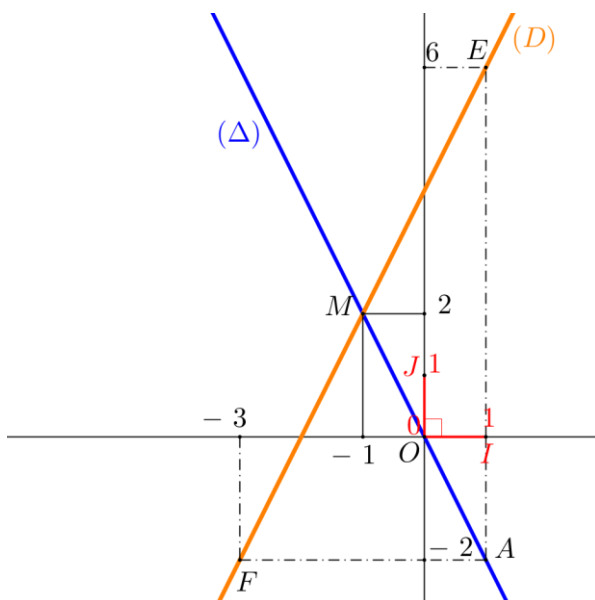
$$-2k - k = 5 - 4$$

$$-3k = 1$$

$$k = \frac{-1}{3}$$

$$\text{و بالتالي فإن : } \boxed{k = \frac{-1}{3}} .$$

(3) - إنشاء (D) و (Δ) في نفس المعلم : (الشكل جانبه).



x	1
$f(x)$	-2
$M(x; f(x))$	$A(1; -2)$

x	1	-3
$g(x)$	6	-2
$M(x; g(x))$	$E(1; 6)$	$F(-3; -2)$

لدينا إذن : $(\Delta) = (OA)$ و $(D) = (EF)$.

(4) - لنحل جبريا المعادلة : $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = g(x) \text{ تكافئ على التوالي : } -2x = 2x + 4$$

$$-2x - 2x = 4$$

$$-4x = 4$$

$$x = \frac{4}{-4}$$

$$x = -1$$

إذن حل هذه المعادلة هو : -1.

(ب) - لنحل مبيانيا المعادلة : $f(x) = g(x)$.

الحل المبياني هذه المعادلة هو أفصول نقطة تقاطع (D) و (Δ) .

لتكن M تقاطع (D) و (Δ) .

لدينا من خلال الشكل : $M(-1; 2)$.

إذن : -1 هو حل هذه المعادلة.

تمرين 5 :

(1) - لنحدد معامل f :

لدينا f دالة تأليفية يعني أن : $m = \frac{f(x') - f(x)}{x' - x}$ و $x' \neq x$.

و بما أن : $\left. \begin{array}{l} A(4; 3) \in (D) \\ B(2; 4) \in (D) \end{array} \right\}$ و $\left. \begin{array}{l} f(4) = 3 \\ f(2) = 4 \end{array} \right\}$ و (D) هو التمثيل المبياني للدالة f فإن : $\left. \begin{array}{l} f(4) = 3 \\ f(2) = 4 \end{array} \right\}$.

و منه فإن : $m = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{3 - 4}{2} = \frac{-1}{2}$ و بالتالي فإن معامل f هو : $\frac{-1}{2}$.

$$(2) - \text{لنستنتج أن } : f(x) = \frac{-1}{2}x + 5$$

لدينا f دالة تأليفية معاملها $\frac{-1}{2}$.

$$\text{إذن } : f(x) = \frac{-1}{2}x + b$$

/* لنحدد b :

$$\left. \begin{array}{l} f(4) = 3 \\ f(4) = \frac{-1}{2} \times 4 + b \end{array} \right\} \text{ لدينا } 9$$

$$\frac{-1}{2} \times 4 + b = 3 \quad \text{يعني أن}$$

$$-2 + b = 3$$

$$b = 3 + 2$$

$$b = 5$$

$$\boxed{f(x) = \frac{-1}{2}x + 5} \quad \text{و بالتالي فإن } :$$

(3) - لنحدد العدد الحقيقي a :

لدينا $E\left(\frac{5}{2}a; 4\right) \in (\Delta)$ بحيث (Δ) التمثيل إلمبياني للدالة g و $g(x) = 2x$.

$$\left. \begin{array}{l} g\left(\frac{5}{2}a\right) = 4 \\ g\left(\frac{5}{2}a\right) = 2 \times \frac{5}{2}a \end{array} \right\} \text{ إذن } :$$

$$2 \times \frac{5}{2}a = 4 \quad \text{يعني أن}$$

$$5a = 4$$

$$\boxed{a = \frac{4}{5}} \quad \text{إذن } :$$

(4) - لنحدد جبريا إحدائتي F :

لدينا F تقاطع (D) و محور الأرتيب يعني أن $\left. \begin{array}{l} F \in (D) \\ F \in (OJ) \end{array} \right\} 9$ ، و منه فإن $\left. \begin{array}{l} F(x_F; f(x_F)) \\ x_F = 0 \end{array} \right\} 9$.

إذن $: F(0; f(0))$.

$$\boxed{F(0; 5)} \quad \text{و بما أن } f(0) = \frac{-1}{2} \times 0 + 5 = 0 + 5 = 5 \quad \text{فإن } :$$